

Esercizio 4.1.7 (A) È data la popolazione finita $\mathcal{P}_M$, con $M > 1$. Sul corrispondente spazio campionario è definito un piano di campionamento casuale semplice $p_{C,M,n}$, con $0 < n < M$, rispetto al quale sono note le seguenti probabilità di inclusione:

$$\forall i, j \in \mathcal{P}_M : \pi_{i,j} = 1/2, \text{ se } i \neq j.$$

$$\forall i \in \mathcal{P}_M : \pi_i = 6/8.$$

Determinare quanto segue.

1. I valori di M e di n .
2. La varianza della variabile $\Delta_{1,2}$.

Esercizio 4.1.8 (B) È data la popolazione finita $\mathcal{P}_M$, con $M > 1$. Sul corrispondente spazio campionario è definito un piano di campionamento p . Rispetto a p , definite le variabili $X = 2\Delta_1$ e $Y = (\Delta_2)^2$, sono noti i seguenti momenti:

$$\text{Cov}[-X, Y] = -2/3, E[X] = 1/3, E[Y] = 4/9.$$

Determinare quanto segue.

1. La probabilità di inclusione del primo ordine dell'unità 1 e quella dell'unità 2.
2. La probabilità di inclusione del secondo ordine per la coppia di unità 1 e 2.

Esercizio 4.1.9 (C) Data la popolazione finita $\mathcal{P}_5$, sul corrispondente spazio campionario è definito il seguente piano di campionamento:

$s \in S_{\mathcal{P}_5}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{2, 3\}$	$\{1, 3\}$	$\{1, 2\}$	$\{2, 3, 4\}$	$\{2, 4, 5\}$	$\{4, 5\}$	altri
$p(s)$	3/20	3/20	2/20	1/20	6/20	4/20	1/20	0

Siano definiti il fenomeno $Y_i = 1$, per $i \in \mathcal{P}_5$, e la statistica campionaria $T(D_S) = \sum_{i \in S} Y_i$, dove $D_S = \{(i, Y_i) : i \in S\}$.

Determinare quanto segue.

1. L'insieme dei valori che T può assumere, sia C_T .
2. La probabilità dell'evento $T < 1$.
3. Il valore atteso di T .

Esercizio 4.1.10 Sulla popolazione finita $\mathcal{P}_3$ è definito un piano di campionamento tale che:

- (A) $\pi_1 = 1/2$;
- (B) $E[|S|] = 3/2$;
- (C) $E[\Delta_2] = 1/8$.

Determinare quanto segue.

1. La varianza di Δ_3 .

Esercizio 4.1.11 (**R**) Data la popolazione finita $\mathcal{P}_7$, sul corrispondente spazio campionario è definito il seguente piano di campionamento:

$s \in S_{\mathcal{P}_7}$	$\{1, 2\}$	$\{3, 5, 7\}$	$\{2, 3, 4\}$	$\{4, 5, 7\}$	$\{1, 3, 5\}$	$\{5, 7\}$	$\{1, 2, 5\}$	altri
$p(s)$	1/30	2/30	5/30	3/30	4/30	6/30	9/30	0

Siano definiti il fenomeno $Y_i = i$, per $i \in \mathcal{P}_7$, e la statistica campionaria $T(D_S) = \max_{i \in S} Y_i$.

Determinare quanto segue.

1. L'insieme dei valori che T può assumere, sia C_T .
2. La funzione di probabilità di T .
3. Il valore atteso e la varianza di T .

Esercizio 4.1.12 (α) Sulla popolazione finita $\mathcal{P}_M$ è definito un piano di campionamento tale che T è una variabile casuale così caratterizzata:

$x \in C_T$	-1	1	0	-2	2
$p_T(x)$	2/16	3/16	4/16	1/16	6/16

Determinare, per $W = T^2$, quanto segue.

1. L'insieme dei valori che W può assumere, sia C_W .
2. La funzione di probabilità di W .
3. Il valore atteso di W .
4. La varianza di W .

Esercizio 4.1.13 (β) È data la popolazione finita $\mathcal{P}_M$, con $M > 1$, sul quale è osservabile un fenomeno Y . Sul corrispondente spazio campionario è definito un piano di campionamento casuale semplice $p_{C,M,n}$, con $0 < n < M$, rispetto al quale sono valide le seguenti condizioni:

(A) $\text{VAR}[Y_{TOTAL_Y,HT}] = 3/4$.

(B) $\text{VAR}[Y_{MEAN_Y,HT}] = 1/48$.

(C) $\forall i \in \mathcal{P}_M : \pi_i = 1/2$.

Determinare quanto segue.

1. I valori di M e di n .